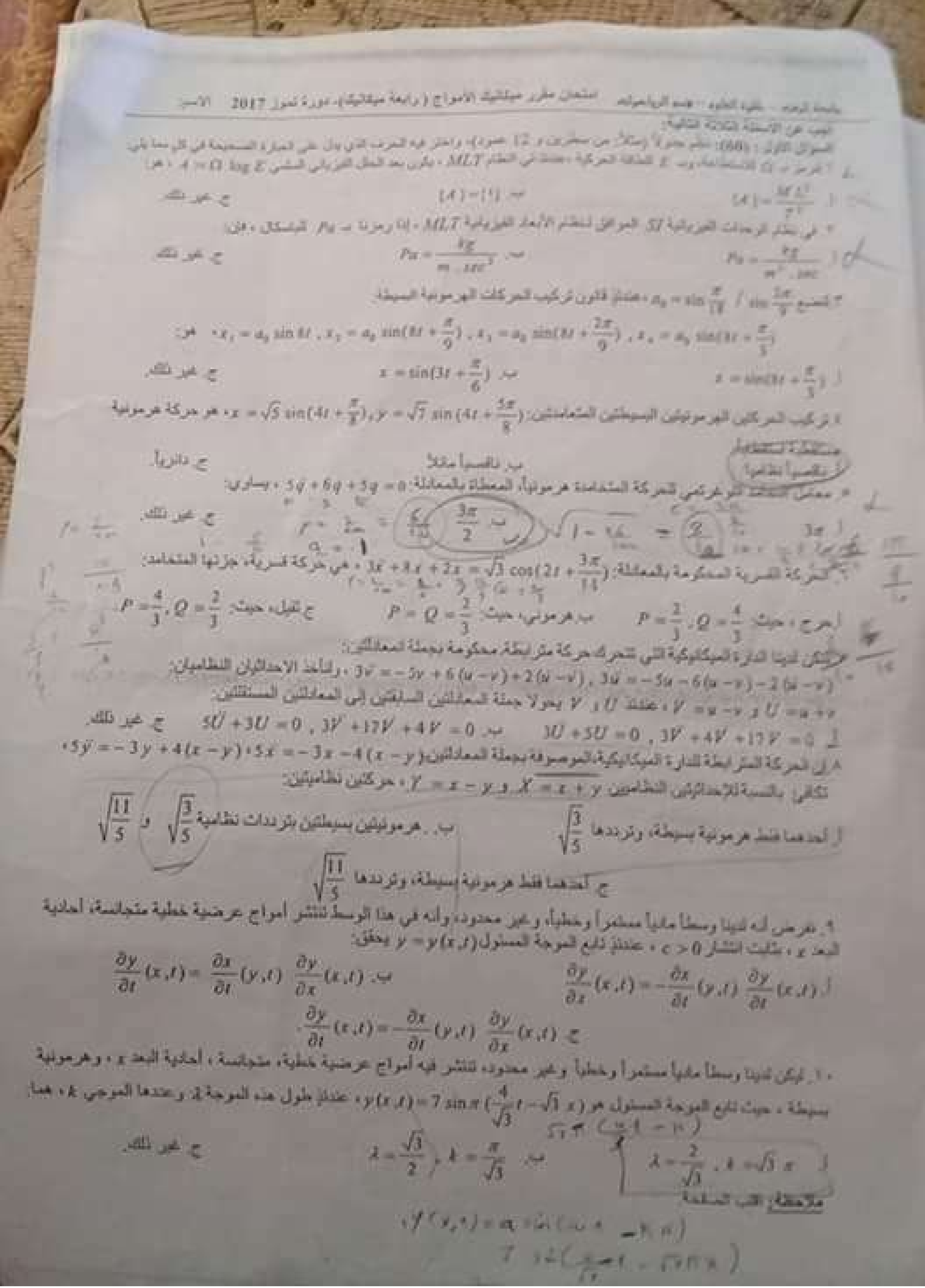


أجب عن الأسئلة الثلاثة التالية:

السؤال الأول: (30 درجة): تعلم حتماً (سؤالاً من سطرين و 12 عموداً)، واختر فيه الحرف الذي يدل على العبارة الصحيحة في كل مما يلي:

1. إذا رمزنا بـ Ω للاستطاعة، وبـ E للطاقة الحركية، عندئذٍ في النظام MLT، يكون بعد الحد الفيزيائي المشتق $A=\Omega\log E$ هو:

أ) $[A]=\frac{ML^2}{T^3}$ ب) $[A]=[1]$ ج) غير ذلك.

2. في نظام الوحدات الفيزيائية SI الموافق لنظام الأبعاد الفيزيائية MLT، إذا رمزنا بـ Pa للباسكال، فإن:

أ) $Pa=\frac{kg}{m^2.sec}$ ب) $Pa=\frac{kg}{m.sec^2}$ ج) غير ذلك.

3. لنضع $a_0=\sin\frac{\pi}{18}/\sin\frac{5\pi}{9}$، عندئذٍ قانون تركيب الحركات الهرمونية البسيطة $x_1=a_0\sin 3t,\ x_2=a_0\sin(3t+\frac{\pi}{9}),\ x_3=a_0\sin(3t+\frac{2\pi}{9}),\ x_4=a_0\sin(3t+\frac{\pi}{3})$، هو:

أ) $x=\sin(3t+\frac{\pi}{3})$ ب) $x=\sin(3t+\frac{\pi}{6})$ ج) غير ذلك.

4. تركيب الحركتين الهرمونيتين البسيطتين المتعامدتين: $x=\sqrt5\sin(4t+\frac{\pi}{8}),\ y=\sqrt7\sin(4t+\frac{5\pi}{8})$، هو حركة هرمونية:

أ) ناقصياً نظامياً   ب) ناقصياً مائلاً   ج) دائرياً.

5. معامل التخامد اللوغاريتمي للحركة المتخامدة هرمونياً، المعطاة بالمعادلة: $3\ddot y+6\dot y+5y=0$، يساوي:

أ) 3π ب) $\frac{3\pi}{2}$ ج) غير ذلك.

6. الحركة القسرية المحكومة بالمعادلة: $3\ddot x+8\dot x+2x=\sqrt3\cos(2t+\frac{3\pi}{14})$، هي حركة قسرية، جزئها المتخامد:

أ) حرج، حيث: $P=\frac{2}{3},Q=\frac{4}{3}$ ب) هرموني، حيث: $P=Q=\frac{2}{3}$ ج) ثقيل، حيث: $P=\frac{4}{3},Q=\frac{2}{3}$.

7. ليكن لدينا الدارة الميكانيكية التي تتحرك حركة مترابطة محكومة بجملة المعادلتين: $3\ddot u=-5u-6(u-v)-2(\dot u-\dot v)$، $3\ddot v=-5v+6(u-v)+2(\dot u-\dot v)$، ولنأخذ الإحداثيان النظاميان: $U=u+v$ و $V=u-v$، عندئذٍ U و V يحولا جملة المعادلتين السابقتين إلى المعادلتين المستقلتين:

أ) $3\ddot U+5U=0,\ 3\ddot V+4\dot V+17V=0$ ب) $3\ddot V+17\dot V+4V=0,\ 5\ddot U+3U=0$ ج) غير ذلك.

8. إن الحركة المترابطة للدارة الميكانيكية الموصوفة بجملة المعادلتين: $5\ddot x=-3x-4(x-y)$، $5\ddot y=-3y+4(x-y)$، تكافئ بالنسبة للإحداثيين النظاميين $X=x+y$ و $Y=x-y$، حركتين نظاميتين:

أ) أحدهما فقط هرمونية بسيطة، وترددها $\sqrt{\frac{3}{5}}$ ب) هرمونيتين بسيطتين بترددات نظامية $\sqrt{\frac{3}{5}}$ و $\sqrt{\frac{11}{5}}$

ج) أحدهما فقط هرمونية بسيطة، وترددها $\sqrt{\frac{11}{5}}$

9. نفرض أنه لدينا وسطاً مادياً مستمراً وخطياً، وغير محدود، وأنه في هذا الوسط تنتشر أمواج عرضية خطية متجانسة، أحادية البعد x، بثابت انتشار $c>0$، عندئذٍ تابع الموجة المسؤول $y=y(x,t)$ يحقق:

أ) $\frac{\partial y}{\partial x}(x,t)=-\frac{\partial x}{\partial t}(y,t)\frac{\partial y}{\partial t}(x,t)$ ب) $\frac{\partial y}{\partial t}(x,t)=\frac{\partial x}{\partial t}(y,t)\frac{\partial y}{\partial x}(x,t)$

ج) $\frac{\partial y}{\partial t}(x,t)=-\frac{\partial x}{\partial t}(y,t)\frac{\partial y}{\partial x}(x,t)$.

10. ليكن لدينا وسطاً مادياً مستمراً وخطياً وغير محدود، تنتشر فيه أمواج عرضية خطية، متجانسة، أحادية البعد x، وهرمونية بسيطة، حيث تابع الموجة المسؤول هو $y(x,t)=7\sin\pi(\frac{4}{\sqrt3}t-\sqrt3 x)$، عندئذٍ طول هذه الموجة λ، وعددها الموجي k، هما:

أ) $\lambda=\frac{2}{\sqrt3},\ k=\sqrt3\pi$ ب) $\lambda=\frac{\sqrt3}{2},\ k=\frac{\pi}{\sqrt3}$ ج) غير ذلك.

ملاحظة: اقلب الصفحة

١١. من أجل نفس تابع الموجة الوارد في البند 10 ، فإن سعة الموجة a وطور الموجة φ_0 وتردد الاهتزاز ν ، تملك القيم:

أ) $\nu = (2\pi)/\sqrt{3}$ ، $\varphi_0 = \sqrt{3}\,x$ ، $a = \sqrt{7}$

ب) $\nu = 2/\sqrt{3}$ ، $\varphi_0 = \sqrt{3}\,\pi x$ ، $a = 7$

ج) غير ذلك

١٢. أيضاً من أجل نفس تابع الموجة الوارد في البند 10 ، فإن طول الموجة λ هي المسافة التي تقطعها الموجة

أ) بسرعة $c = 3/4$ وزمن $\tau = 2/\sqrt{3}$ ب) بسرعة $c = 2/3$ وزمن $\tau = \sqrt{3}$ ج) بسرعة $c = 4/3$ وزمن $\tau = \sqrt{3}/2$.

السؤال الثاني : (25):

دارة ميكانيكية تملك درجتا حرية ومعينة بالوسيطين u و v و تتحرك حركة مترابطة، محكومة بجملة المعادلتين التفاضليتين:

$$\begin{cases} 9\ddot{u} = -5u - 7\dot{u} - 4(u-v) - 3(\dot{u}-\dot{v}) + \frac{5}{4}\sin\left(2t + \frac{3\pi}{7}\right) \\ 9\ddot{v} = -5v - 7\dot{v} + 4(u-v) + 3(\dot{u}-\dot{v}) + \frac{-1}{4}\sin\left(2t + \frac{3\pi}{7}\right) \end{cases}$$

والمطلوب: إثبات أن حركة هذه الدارة تكافئ حركتين نظاميتين، قسريتين، بالنسبة لإحداثيين نظاميين: $U = U(u, v)$ و $V = V(u, v)$ ، يطلب تعيينهما، من ثم استنتج مجموعة حدود التخامد ومجموعة حدود الصلابة ، ومجموعة التوابع القسرية، النظامية لهذه الدارة الميكانيكية.

السؤال الثالث : (4 + 11=15):

لنفرض أن $M(x, y)$ نقطة ما مادية من وسط مادي خطي مستمر ، غير محدود. عندئذٍ:

١) أثبت أن التابع الحقيقي:

$$y(x,t) = \frac{\cos^7(\pi\sqrt{7}\,x - \pi t)\,\sin^4(\pi\sqrt{7}\,x - \pi t)}{10 + \sqrt[5]{12 + 7(t - \sqrt{7}\,x)^2}} + 3e^{-\frac{1}{7}(t^2 + 7x^2 - 2\sqrt{7}\,xt)}\left[5 + 3\cos^3(\pi\sqrt{7}\,x - \pi t)\right]$$

يصف لنا أمواج عرضية خطية متجانسة ، أحادية البعد x ، راكضة في المستوي Oxy ، بالاتجاه الموجب للمحور Ox ، وعيّن قيمة سرعة انتشارها c.

٢) أثبت أن هذه الموجة، الموصوفة بتابع الموجة السابق، متخامدة في جهة انتشارها ومتخامدة مع الزمن أيضاً.

——— تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح ——— مدرس المقرر: د.منتجب الحسن ———

الدرجة: 100

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

ميكانيك الأمواج
سنة رابعة رياضيات (ميكانيك)
فصل ثاني 2016 - 2017

السؤال الأول: (60)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
أ	ب	ج	أ	ب	ج	أ	ب	ج	أ	ب	ج
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

السؤال الثاني: (25)

لنضع $\tau = u+v$, $V = u-v$ ، عندئذ نلاحظ أن هذين التابعين مستقلين (رضوخاً). هذا من جهة أولى، ومن جهة أخرى نلاحظ أن:

$$(1)+(2) \Rightarrow 9(u+v)'' = -5(u+v) - 7(u+v)' + 0 + 0 + \frac{3}{2}\sin\left(2t+\frac{3\pi}{7}\right)$$

$$9\ddot{\tau} = -5\tau - 7\dot{\tau} + \frac{3}{2}\sin\left(2t+\frac{3\pi}{7}\right) \Rightarrow$$

$$9\ddot{\tau} + 7\dot{\tau} + 5\tau = \frac{3}{2}\sin\left(2t+\frac{3\pi}{7}\right)$$

وهي معادلة مستقلة بالنسبة لـ τ ، ومن الشكل المشار إليه في التعريف، وهي تدل على أن الحركة بالنسبة لـ τ قسرية، حد تخامدها وحد صلابتها على الترتيب هما: $P_1 = \frac{7}{18}$ و $Q_1 = \frac{5}{9}$ وتابعها القسري: $f_1(t) = \frac{3}{2}\sin\left(2t+\frac{3\pi}{7}\right)$.

$$(1)-(2) \Rightarrow 9(u-v)'' = -5(u-v) - 7(u-v)' - 8(u-v) - 6(u-v)' + \sin\left(2t+\frac{3\pi}{7}\right)$$

$$9\ddot{V} = -13V - 13\dot{V} + \sin\left(2t+\frac{3\pi}{7}\right) \Rightarrow$$

$$9\ddot{V} + 13\dot{V} + 13V = \sin\left(2t+\frac{3\pi}{7}\right)$$

وهي معادلة مستقلة بالنسبة لـ V ، ومن الشكل المشار إليه في التعريف، وهي تدل على أن الحركة بالنسبة لـ V قسرية، حد تخامدها، وحد صلابتها، على الترتيب، هما: $P_2 = \frac{13}{18}$ و $Q_2 = \frac{13}{9}$ وتابعها القسري هو $f_2(t) = \sin\left(2t+\frac{3\pi}{7}\right)$.

بما أن τ , V مستقلان وحوّلا جملة المعادلتين التفاضليتين للداخلة، إلى معادلتين مستقلتين، من الشكل الوارد في التعريف، فينتج عن ذلك وحسب التعريف أن τ , V هما إحداثيات نظاميات لهذه الجملة الميكانيكية.

وبما أن الحركة بالنسبة لـ τ قسرية، والحركة بالنسبة لـ V قسرية، حسب التعريف، فإن حركة الجملة تكون حركتين نظاميتين قسريتين بالنسبة للإحداثيين النظاميين τ , V. مجموعة حدود التخامد ومجموعة حدود الصلابة ومجموعة التوابع القسرية النظامية، بالترتيب هي: $\{P_1, P_2\}$ و $\{Q_1, Q_2\}$ و $\{f_1(t), f_2(t)\}$ 5

(15)

السؤال الثالث: نستطيع إثبات المطلوب بالعكس، حسب الطريقة، أن

1) من نستطيع أن نكتب بالشكل: $y(x,t) = f_+(ct-x)$

التابع الحقيقي f هو تابع حقيقي يتبع لـ $ct-x$ و $c>0$،

حيث $f_+(ct-x)$ هو موجة انتشار الموجة في c.

وعندئذ تكون سرعة انتشار ... وعندئذ أن التابع الحقيقي يأتي بالشكل:

نضع $z := \frac{t}{\sqrt{7}} - x$ عندئذ:

$$y(x,t) = \frac{\cos^7 \pi\sqrt{7} z \sin^4 \pi\sqrt{7} z}{10 + \sqrt[5]{12+49z^2}} + 3e^{-z^2}(5 + 3\cos^3 \pi\sqrt{7} z)$$

$$= f_+(z) = f_+\left(\frac{t}{\sqrt{7}} - x\right)$$

بالتالي حسب ما تقدم ذكره فإن التابع الحقيقي بالفعل يصف لنا أمواج عرضية مطبقة على ... أحادية البعد منتشرة في المستوي الشاقولي xoy، في الاتجاه الموجب للمحور ox وسرعة انتشارها هي $c = \frac{1}{\sqrt{7}}$.

2) نلاحظ لدينا أنه عندما: $x \to +\infty$ فإن $z \to -\infty$

وعندما $t \to \infty$ فإن $z \to +\infty$

وبالتالي عندما $x \to +\infty$ فإن:

$$\lim_{x\to+\infty} y(x,t) = \lim_{z\to-\infty} f_+(z) = 0+0 = 0 \; ; \forall t>0$$

والموجة متخامدة في جهة انتشارها.

كذلك:

$$\lim_{t\to\infty} y(x,t) = \lim_{z\to+\infty} f_+(z) = 0+0 = 0 \; ; \forall x$$

والموجة متخامدة مع الزمن.

حمص ٩ تموز ٢٠١٧

مدرس المقرر:

د. منتجب الحسن